

稳定分布下基于 FAM 的低阶循环谱算法研究

何继爱¹,裴承全¹,郑玉峰^{1,2}

(1.兰州理工大学计算机与通信学院,甘肃兰州 730050; 2.西北工业大学航海学院,陕西西安 710072)

摘要: 该文在 α 稳定分布下结合共变理论、循环平稳和分数低阶矩 (FLOM) 等理论和方法,提出基于 FAM (FFT Accumulation Method) 的低阶循环谱算法,对算法中存在的循环泄露现象及算法复杂度进行了分析,并以调制信号 (AM, QPSK) 做了实验仿真.结果表明在 α 稳定分布下循环平稳信号的低阶循环谱密度和在高斯模型下的二阶循环谱结构是一致的,但基于 α 稳定分布假定所设计的信号处理算法对信号噪声特性不确定情况具有较好的韧性和抗脉冲噪声性能.最后在循环谱域构造了调制信号的低阶循环特征参数,为复杂背景下的调制识别提供了新的途径.

关键词: α 稳定分布; 分数低阶矩; FAM; 高斯模型

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)07-1297-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.07.009

The Realization of Low Order FAM Method Under α Stable Distribution

HE Ji-ai¹, PEI Cheng-quan¹, ZHENG Yu-feng^{1,2}

(1. School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China;

2. College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: In this paper, a new method which combines with covariation, cyclostationarity and FLOM for calculating low order spectrum based on FAM (FFT Accumulation Method) was proposed and the simulations were made for modulated signals (AM, QPSK), and finally the cycle leakage and complexity of this method were analyzed. The result under α stable distribution shows that the spectrum instruction of two order cyclostationary signals is the same as under Gauss model. However, the methods constructed under stable distribution have better performance of anti-noise than under Gauss model. The low order cycle characteristic parameters are constructed in the field of cycle spectrum and a new method is given for modulation recognition and blind separation in complex environment.

Key words: α stable distribution; FLOM; FAM; Gauss model

1 引言

在许多情况下,信号和噪声符合高斯分布的假定,所以在信号特性分析、系统辨识、信号滤波、特征提取与参数估计等诸多研究领域中,许多原理和方法都是基于高斯模型来进行描述的.然而,在诸如水声、雷达、通信和生物医学信号处理等领域的实际应用中,许多随机信号是非高斯分布的,如果将其作为高斯分布情况来分析和处理,其性能明显退化.当遇到的信号或噪声具有显著的尖峰脉冲时,其统计特性将偏离高斯分布,概率密度函数衰减慢,从而造成了显著的拖尾.这种情况下用 α 稳定分布模型来描述、分析和处理随机信号可以使其性能得到很大改善^[1].具有循环平稳特性的随机信号处

理中,利用循环谱来提取信号的特征,由于实际估计中数据长度是有限的,为便于实现与计算机处理,常用 FAM, SSCA, FSM 等算法实现循环谱估计^[2].为了实现非高斯环境下具有循环平稳特性的随机信号处理,本文将 FAM 算法推广到 α 稳定分布下,并对其做实验验证与仿真,同时给出其实现系统框图.该方法为通信信号在脉冲噪声环境下的分离、识别和提取提供新的途径.

2 分数低阶循环谱密度

分数低阶统计量^[3-6] (FLOM) 理论是对 α 稳定分布进行研究的有力工具,可以借助其来研究在脉冲噪声环境中的信号处理方法.设 $x(t), t \in (-\infty, \infty)$, 为实 SaS 分布随机过程,特征指数为 α , 位置参数为 0, 其分数低

阶周期平稳信号有以下定义:

$$R_{xx}(t, a; t + \tau, b) = E[x(t, a)x(t + \tau, b)] \\ = R_{xx}(t + T, a; t + T + \tau, b) \quad (1)$$

且有: $x(t, a) = [x(t)]^{(a)}$ 是非线性变换^[5], $0 < a < \alpha/2$.

对以上相关函数做傅里叶级数展开:

$$R_{xx}^{\epsilon}(\tau, a, b) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{xx}(t, a; t + \tau, b) e^{-j2\pi\epsilon t} dt \quad (2)$$

其中 ϵ 是循环频率. 由于功率谱与自相关函数互为傅立叶变换对, 仿此可定义分数低阶循环谱密度:

$$S_{xx}^{\epsilon}(f; a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}^{\epsilon}(\tau; a, b) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (3)$$

循环平稳是调制信号的重要特性, 通过对信号的谱相关结构分析可以完成各种信号处理任务, 如信号的盲检测、调制分类、参数估计以及盲均衡等等^[7,8].

3 低阶 FAM 算法实现

3.1 高斯模型下基于时间平滑的循环谱算法

高斯模型下基于时间平滑的连续算法^[9-11]为

$$S_{X_{1/\Delta f}}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} [\Delta f \cdot X_{1/\Delta f}(t, f + \alpha/2) \\ \cdot X_{1/\Delta f}^*(t, f - \alpha/2)] dt \quad (4)$$

式中 $X_T(t, f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(u) e^{-j2\pi fu} du$, $T = 1/f$.

对应的离散算法为

$$S_{X_{1/\Delta f}}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} = \frac{1}{KM} \sum_{u=0}^{KM-1} [\Delta f \cdot X_{1/\Delta f}(t - u/K\Delta f, f + \alpha/2) \\ \cdot X_{1/\Delta f}^*(t - u/K\Delta f, f - \alpha/2)] \quad (5)$$

其中 $X_{\Delta t}(t, f) = \sum_{l=0}^{N-1} a_{\Delta t}(lT_s) \cdot X(t - lT_s) \cdot e^{-j2\pi f(t - lT_s)}$,

令 $\Delta t = 1/\Delta f$, $\Delta t = [(1 + M - 1/K)N - 1]T_s$ 为数据长度, $\Delta f = 1/(N - 1)T_s$ 为谱分辨率, N 为时间 $1/\Delta f$ 内进行 DFT 的样点长度, K 为样点数据段之间的重叠部分, M 为循环频率分辨率的间隔. 当需分析的信号中混合有脉冲噪声且服从参数为 α 的稳定分布, 对信号 $x(t)$ 作以下变换:

$$X^{<A>}(t, f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(t)^{<A>} \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad (6)$$

$x(t)^{<A>}$ 表示 $x(t)$ 经过 A 阶相位分数低阶矩算子运算, $A = P/2$, $0 < p \leq \alpha \leq 2$. 令 $T = 1/\Delta f$, 则

$$S_{X_{1/\Delta f}, p}^{\alpha} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} [\Delta f \cdot X_{1/\Delta f}^{<A>}(t, f + \alpha/2) \\ \cdot X_{1/\Delta f}^{* <A>}(t, f - \alpha/2)] dt \quad (7)$$

对应的离散信号可做以下推广:

$$X_{1/\Delta f}^{<A>}(t, f) = \sum_{l=0}^{N-1} a_{\Delta f}(lT_s) \cdot x^{<A>}(t - lT_s) \cdot e^{-j2\pi f(t - lT_s)} \quad (8)$$

$x^{<A>}(t - lT_s)$ 表示经过 A 阶相位分数低阶矩算子^[12]运

算且 $A = P/2$, 则

$$S_{X_{1/\Delta f}, p}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} = \frac{1}{KM} \sum_{u=0}^{KM-1} [\Delta f \cdot X_{1/\Delta f}^{<A>}(t - u/K\Delta f, f + \alpha/2) \\ \cdot X_{1/\Delta f}^{* <A>}(t - u/K\Delta f, f - \alpha/2)] \quad (9)$$

其中 $\Delta t = [(1 + M - 1/K)N - 1]T_s$ 为整个数据长度, $\Delta f = 1/(N - 1)T_s$ 为谱分辨率, N 为时间 $1/\Delta f$ 内进行 DFT 的样点段的长度, K 为样点段之间的重叠部分. $F_s = 1/N T_s$, $\Delta\alpha = 1/\Delta t \approx \Delta f/M$, 并且相邻循环频率的采样点被 $F_s/\Delta\alpha = M$ 分开, 循环频率分辨率的间隔为 M .

3.2 稳定分布下基于时间平滑的谱分析器的系统结构和支撑域分析

根据式(5), (6), (7), (9)可以建立以下基于时间平滑的系统实现框图

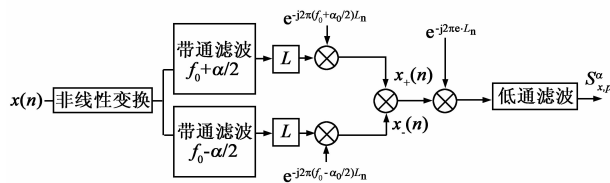


图1 基于时间平滑谱算法的结构框图

对一个固定的频率 f_0 和循环频率 α_0 , 可得到以下的循环谱表达式

$$x_{\pm}(n) = \sum_k a(k) \cdot x^{<A>}(n - k) e^{-j2\pi(f_0 \pm \alpha_0/2)(n - k)} \quad (10)$$

其中 $a(k)$ 的长度为 $1/\Delta f$ 的数据窗, 可得总输出为:

$$z(n) = \sum_m x_{+}(m) x_{-}^{*}(m) g(n - m) \quad (11)$$

式中 $g(n)$ 为长度 Δt 的低通脉冲响应串, 结合以上分析有

$$z(n) = \sum_q \sum_r m(q, r) \cdot x(n - q) \cdot x(n - r) e^{-j2\pi\alpha_0 n} \quad (12)$$

由共变的性质得:

$$x_{\pm}(n) = \sum_k a(k) \cdot x^{<A>}(n - k) e^{-j2\pi(f_0 \pm \alpha_0/2)(n - k)} \quad (13)$$

若 $x(n)$ 为实信号, 则 $x_{\pm}(n)$ 可由以下表述

$$x_{\pm}(n) = \sum_k a(k) \cdot |x(n - k)|^{A-1} \text{sgn}(n - k) \\ \cdot e^{-j2\pi(f_0 \pm \alpha_0/2)(n - k)} \quad (14)$$

若 $x(n)$ 为复信号, 则 $x_{\pm}(n)$ 可由以下表述

$$x_{\pm}(n) = \sum_k a(k) \cdot |x(n - k)|^{A-1} x^{*}(n - k) \\ \cdot e^{-j2\pi(f_0 \pm \alpha_0/2)(n - k)} \quad (15)$$

对实信号可通过希尔伯特变换构成解析信号, 故以复信号为例

$$x_{\pm}(n) = \sum_k a(k) \cdot |x(n - k)|^{A-1} x^{*}(n - k) \\ \cdot e^{-j2\pi(f_0 \pm \alpha_0/2)(n - k)} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 z(n) &= \sum_m \left[\sum_k a(k) |x(m-k)|^{A-1} x^*(m-k) \right. \\
 &\quad \cdot e^{-j2\pi(f_0 + \alpha_0/2)(m-k)} \left. \left[\sum_k a(k) |x(m-k)|^{A-1} \right. \right. \\
 &\quad \cdot x^*(m-k) e^{-j2\pi(f_0 - \alpha_0/2)(m-k)} \left. \right]^* g(n-m) \\
 &= \sum_m \left[\sum_k a(k) x^*(m-k) e^{-j2\pi(f_0 + \alpha_0/2)(m-k)} \right. \\
 &\quad \cdot |x(m-k)|^{A-1} \left. \left[\sum_k a(k) |x(m-k)|^{A-1} \right. \right. \\
 &\quad \cdot x(m-k) e^{-j2\pi(f_0 - \alpha_0/2)(m-k)} \left. \right]^* g(n-m) \quad (17)
 \end{aligned}$$

令:

$$z(n) = \sum_q \sum_r m(q, r) \cdot x(n-q) \cdot x(n-r) e^{-j2\pi\alpha_0 n} \quad (18)$$

则:

$$\begin{aligned}
 m(q, r) &= \sum_p \left[g(p) \cdot a(q-p) a(r-p) e^{j2\pi\alpha_0(q+r)} \right. \\
 &\quad \cdot e^{j2\pi f_0(q-r)} |x(q-p)|^{A-1} \cdot |x(r-p)|^{A-1} \left. \right]
 \end{aligned}$$

式中 $|x(q-p)|^{A-1} \cdot |x(r-p)|^{A-1}$ 是关于 A 的常数。

对 $m(q, r)$ 作旋转傅氏变换有:

$$\begin{aligned}
 M(\beta, \theta) &= \sum_q \sum_r m(q, r) e^{-j2\pi(\theta + \beta/2)q} \cdot e^{j2\pi(\theta - \beta/2)r} \\
 &= G(\beta - \alpha_0) A(\theta - f_0 + \frac{\beta - \alpha_0}{2}) \\
 &\quad \cdot A^*(\theta - f_0 - \frac{\beta - \alpha_0}{2}) \\
 &\quad \cdot |x(q-p)|^{A-1} \cdot |x(r-p)|^{A-1} \quad (19)
 \end{aligned}$$

其中 $|x(n-k)|^{2(A-1)}$ 为关于 A 的常数。上式中将 $a(n)$ 与 $g(n)$ 均作归一化处理即 $\sum a^2(n) = \sum g(n) = 1$ 。带通滤波器对 $A(\theta - f_0 + (\beta - \alpha_0)/2) \cdot A^*(\theta - f_0 - (\beta - \alpha_0)/2)$ 在 $\theta - \beta$ 平面形成一个钻石形状带通区域, 经过低通滤波 $G(\beta - \alpha_0)$ 后, 形成的支撑区域为: $|\beta - \alpha_0| \leq 1/2\Delta t, |\theta - f_0| \leq \Delta f/2$ 通过以上分析可得支撑域^[13]如图 2,3 所示, Δd 是与 p 有关的常数。 α 稳定分布下的谱分析的支撑区相对于高斯假设下没有发生位置和结构的变化, 只在其幅度上作压缩变换。

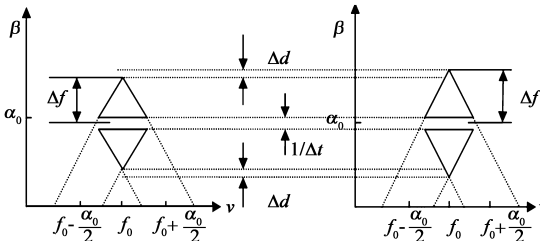


图2 高斯假设下的支撑域 图3 稳定分布下的支撑域

3.3 基于 FAM 的低阶循环谱算法

通过以上的分析稳定分布下谱分析器的输出:

$$\begin{aligned}
 S_{x,p}^{\alpha}(n, f_0) &= \sum_r X_+^{<A>}(r, f + \alpha_0/2) X_-^{* <A>}(r, f - \alpha_0/2) \\
 &\quad \cdot g(m-r) \quad (20)
 \end{aligned}$$

其中: $X_+^{<A>}(t, f) = \sum_{l=0}^{N-1} a_{\Delta f}(lT_s) \cdot x_+^{<A>}(t - lT_s) \cdot e^{-j2\pi f(t - lT_s)}$, $A = p/2$, 若频移 ϵ , 系统输出为:

$$\begin{aligned}
 S_{x,p}^{\alpha, \epsilon}(n, f_0) &= \sum_r \left[X_+^{<A>}(r, f + \alpha_0/2) X_-^{* <A>}(r, f - \alpha_0/2) \right. \\
 &\quad \cdot g(m-r) e^{-j2\pi\epsilon r T} \left. \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

对应的传输核函数为:

$$\begin{aligned}
 M(\beta, v) &= G(\beta - \alpha_0 + \epsilon) A\left(v - f_0 + \frac{\beta - \alpha_0}{2}\right) \\
 &\quad \cdot A^*\left(v - f_0 + \frac{\beta - \alpha_0}{2}\right) |x(r)|^{A-1} \cdot |x(r)|^{A-1} \quad (22)
 \end{aligned}$$

循环频率的分辨率为: $\Delta\alpha = 1/\Delta t$, 谱分辨率 $\Delta f = \Delta\alpha \cdot \epsilon$, $\Delta\alpha$ 为带通滤波器的带宽。若将上述算法离散化即令 $\epsilon = q\Delta\alpha, q = 0, 1, 2, \dots, \Delta\alpha\Delta t$, 则分析器有以下输出:

$$\begin{aligned}
 S_{x,p}^{\alpha+q\Delta\alpha}(n, f_0)_{\Delta t} &= \sum_r X_+^{<A>}(r, f + \alpha_0/2) \\
 &\quad \cdot X_-^{<A>*}(r, f - \alpha_0/2) g(n-r) e^{-j2\pi q r / N} \quad (23)
 \end{aligned}$$

故可以用求 $\Delta\alpha\Delta tN$ 点的 FFT 来计算低阶循环谱, 且可以同时求出 $\Delta\alpha\Delta tN$ 的 ϵ 。若在对其做抽取可以得出以下的表达式(即 FAM 算法):

$$\begin{aligned}
 S_{x,p}^{\alpha+q\Delta\alpha}(n, f_j)_{\Delta t} &= \sum_r \left[X_{N'}(rL, f_l) X_{N'}^*(rL, f_k) \right. \\
 &\quad \cdot g(n-r) e^{-j2\pi q r / p} \left. \right] \quad (24)
 \end{aligned}$$

上式中, N' 表示窄带滤波器的个数, L 为抽取因子, f_s 为采样频率。输出循环谱的循环频率为

$$f_j = \frac{f_k + f_l}{2} = \frac{k+l}{2} \cdot \frac{f_s}{N'} \quad (25)$$

循环频率为 $\alpha_0 = \alpha_i + q\Delta\alpha, \alpha_i = (k-l) \frac{f_s}{N'}$, 分辨率为 $\Delta\alpha = \frac{f_s}{LP}$ 。

基于以上的数学分析可得出以下的系统模型:

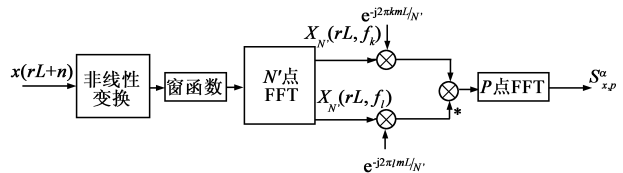


图4 基于FAM的低阶循环谱算法实现系统框图

图 4 中的非线性变换在本论文中取 A 阶分数低阶相位微分算子, 也可以取不同的非线性变换算子, 实现任意空间到希尔伯特空间的映射。由以上的分析可知, FAM 算法有以下几个步骤:

- (1) 对输入信号做非线性变换, 在本文中采用分数低阶相位微分算子变换;
- (2) 对变换后的信号加窗并计算 N' 点 FFT;
- (3) 计算两个复包络的共轭相关积, 即计

算一个 $N'/4$ 的乘法阵; (4) 计算 $N'/4$ 个 p 点组成的变换阵。

4 循环泄露分析^[2]

在以上算法中, 采用离散时间平均的方法对循环谱分析, 计算 N 点频移 FFT 可以看作是信号通过梳状滤波器的输出, 而非低通滤波器的输出, 基于此会引起循环泄露现象^[4]。在以上的时间平滑算法中, 相邻重叠块数目 K 的减少, 可以提高计算效率, 却使循环泄露的问题加剧, p 是分数低阶矩算子的阶数。可以用以下数学分析对其作说明。基于统计方法的循环谱可以用以下表达式

$$S_{X_r, p}^{\alpha}(t, f)_{\Delta t} = \frac{1}{L} \sum_{u=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} S_{X_r, p}^{\alpha}(t + uT/k, f) \quad (26)$$

又可用以下表达式逼近

$$S_{X_r, p}^{\alpha}(t, f) = \frac{1}{L} \sum_{\beta} [S_{X_r, p}^{\alpha}(f) \otimes [\frac{1}{T} A_{1/T}(f - [\beta - \alpha]/2) \cdot A_{1/T}^*(f + [\beta - \alpha]/2)] \cdot C_{k/LT}(\beta - \alpha) e^{j2\pi(\beta - \alpha)t} + r(f)] \quad (27)$$

$$C_{k/LT}(f) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} w_{k/LT}(f - mk/T) \quad (28)$$

当 $L \rightarrow \infty$ 时 $r(f)$ 收敛于 0。式(28)中, \otimes 表示关于 f 的卷积运算, $A_{1/T}$ 是窗函数的傅里叶变换。在式(28)中, $w_{k/LT}$ 是高度为 1 的 sinc 函数, 其带宽为 $2K/LT$ 。式(28)是一个循环平滑的梳状滤波器, 而谱平滑乘积为:

$$\frac{1}{T} A_{1/T}(f - [\beta - \alpha]/2) A_{1/T}^*(f + [\beta - \alpha]/2) \quad (29)$$

这两者必须足够大使得 $S_{X_r}^{\alpha}(f)$ 中的循环分量能够通过。通过选择足够大的 K 使通过两个相邻的齿之间的循环分量足够大, 窗函数使得式(29)足够小, 并且要设置足够大的 LT 。因此, K 必须足够大使得窗的乘积函数

$$\frac{1}{T} A_{1/T}(f - mk/2T) A_{1/T}^*(f + mk/2T) \quad (30)$$

和梳状滤波器第 m 个非零的齿吻合。而循环泄露发生的条件是存在循环频率满足以下条件:

$$|\beta - \alpha - mk/T| < K/LT \quad (31)$$

对任意 β , 满足 $S_{X_r}^{\alpha} \neq 0$, 实验仿真表明 K 不能小于 $4^{[13]}$ 。

5 算法复杂度分析

假设 $\Delta t = LP$, $N = \Delta t$, 则 $N = LP$, $1/N' = \Delta f$, $\Delta f = M/N$, $N' = N/M$, $L = N'/4$, $P = 4M$, $L = N/4M$, 以上的参数与文中的提出的算法中的物理意义相同。因此, 该算法中所用到的复乘次数 C_m 和复加次数 C_a 有以下的表达式:

$$C_m = \frac{2N^2}{M} \log_2(4M) + 8N \log_2 \frac{N}{M} + \frac{4N^2}{M} + 20N \quad (32)$$

$$C_a = \frac{3N^2}{M} \log_2(4M) + 12N \log_2 \frac{N}{M} + \frac{2N^2}{M} + 8N \quad (33)$$

$x(rL + n)$ 中 $0 \leq n < N'$, r 是连续的整数, 因此每隔 L 点送 N' 个连续的数据到 N' 的 FFT 中运算, 得到经 L 抽取后的复包络序列 $X_N^{\alpha}(rL, f_k)$; 再经复解调分解成 $2N'$ 路信号并两两共轭相乘得到 $N'/4$ 个点, 每一个点对应一个钻石形的通带对; 每个点输出 $P = N/L$ 个数据, 送入缓存中做 FFT 变换, 低阶 FAM 算法的复杂度如表 1 所示:

表 1 低阶 FAM 算法的复杂度分析

计算阶段	两复信号的循环互谱需要的复乘次数	单一实信号的循环互谱需要的复乘次数
数据衰减长度	$2N'P$...
N' 点的 FFT	$PN' \log_2 N'$	$P(N'/2) \log_2 N'$
频移	$2N'P$	$N'P$
互乘次数	$P(N')^2$	$P(N')^2/4$
FFT 乘积序列	$(N')^2 [P/2] \log_2 P$	$(N')^2/4 [P/2] \log_2 P$

如表 1 所示, 对比分析了两个信号的互循环谱和单一信号的循环谱的复杂度。在计算机计算阶段, 该算法同现有的 FSM 算法相比有如表 2 所示的计算效率:

表 2 FSM 算法与 FAM 算法的复杂度比较

计算及运算阶段	FAM 算法需要的复数乘法次数	FSM 算法需要的复数乘法次数
数据衰减长度	N	$N'P$
N' 点的 FFT	$N/2 \log_2 N$	$P(N'/2) \log_2 N'$
频移	...	$N'P$
相关运算	$N^2/4$	$PN^2/4$
FFT 乘积序列	0	$(N')^2/4 [P/2] \log_2 P$

由于 FAM 算法的并行性, 可以利用多处理器结构实现或者是 FPGA 实现, 不论采用哪种方法 FAM 算法都可以按通带对进行功能单元的分配, 这种并行结构算法的运算时间为原来的 $1/N'$, 从而提高了运算速度。由以后的仿真可以得知本文的算法具有很好的抗噪性能, 因此本文所采用的算法为脉冲噪声环境下调制识别的系统实现提供较好的理论依据。相比在高斯模型下算法的复杂度基本一致, 但是抗噪性能却有很大的提高。因此, 具有很高的实际应用价值。

6 低阶循环谱在调制信号特征提取中应用

通过以上的数学分析不难得到各种调制信号在稳定分布下的循环谱的表达式, 不同的调制信号具有不同的谱结构, 基于此可以区分不同的调制信号, 故可选取以下的基于低阶循环谱的特征参数:

(1) 循环谱 $S_{X_r, p}^{\alpha=2f_c+1/T_s}(f=0)$ 的幅值:

$$\begin{aligned} |S_{BPSK, p}^{\alpha=2f_c+1/T_s}(f=0)| &= k_p |Q(1/2T_s)Q^*(-1/2T_s)|/4T_s \\ |S_{BPSK, p}^{\alpha=2f_c+1/T_s}(f=0)| &= 0 \end{aligned}$$

$$|S_{OQPSK/MSK,p}^{\alpha=2f+1/T_s}(f=0)| = k_p |Q(1/2T_s)Q^*(-1/2T_s)| / 2T_s$$

(2) 循环谱 $S_{x,p}^{\alpha=1/T_s}(f=f_c)$ 的幅值:

$$|S_{BPSK/MPSK,p}^{\alpha=1/T_s}(f=f_c)| = k_p |Q(1/2T_s)Q^*(-1/2T_s)| / 4T_s$$

$$|S_{OQPSK/MSK,p}^{\alpha=1/T_s}(f=f_c)| = 0$$

(3) 循环谱 $S_{x,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)$ 的幅值:

$$|S_{BPSK/MPSK,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)| = k_p |Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s)| / 4T_s$$

$$|S_{OQPSK/MSK,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)| = k_p |Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s)| / 2T_s$$

由以上理论分析知 k_p 均为关于 p 的常数^[14], 构建起如下基于低阶循环谱的特征参数:

$$A_1 = \left| \frac{S_{x,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)}{S_{x,p}^{\alpha=1/T_s}(f=f_c)} \right| \quad A_2 = \left| \frac{S_{x,p}^{\alpha=2f_c+1/T_s}(f=f_c)}{S_{x,p}^{\alpha=1/T_s}(f=0)} \right|$$

在以上的表达式中, α 是循环频率^[15], T_s 是码元速率, f 是频率, s 是信号的循环谱, Q 是脉冲成型函数的傅里叶变换. $|S_{BPSK/MPSK,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)|$ 表示 BPSK 或者 MP-SK 信号在循环频率 $\alpha = 2/T_s$ 和频率 $f = f_c$ 处的值. 通过分析, 信号的特征参数如表 3 所示:

表 3 不同调制信号的特征参数

	BPSK	QPSK/8PSK	MSK/OQPSK
A_1	$\frac{ Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s) }{ Q(1/2T_s)Q^*(-1/2T_s) }$	$\frac{ Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s) }{ Q(1/2T_s)Q^*(-1/2T_s) }$	∞
A_2	$\frac{ Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s) }{ Q(1/T_s)Q^*(-1/T_s) }$	0	∞

B/MPSK 的特征参数 A_1 值无论成形脉冲如何选择, 小于 1 恒成立, 取 1 作为区分 MSK 同 B/MPSK 信号的门限值 $th1$. BPSK 信号的特征参数 A_2 恒为 1, 则设置门限值 $th2 = 0.6$, 可以区分出 BPSK 和 MPSK 信号. 通过如上分类器的选择, 可以一定程度上不仅消除了功率和相位对双信号调制体制识别所带来的影响而且在复杂噪声背景下仍可以较好的识别信号. 由于三类信号的特征值之间差别较大, 分类器做如上选择是较为简

单且合理的, 为稳定分布下单信道的通信信号识别提供新的途径. 对于 OFDM, MQAM, AM 等信号可同样采用以上设置的参数形式, 但识别门限需进一步的选择或者修正, 限于篇幅本文不做详述. 基于本文方法有以下的识别步骤:

(1) 对信号 $x(t)$ 做预处理, 估计出信号的载频 f_c 以及码元速率 T_s ; (2) 基于本文算法计算信号的低阶循环谱 $S_{x,p}^{\alpha}(f)$; (3) 在 $S_{x,p}^{\alpha}(f)$ 上抽取分类的特征点 $S_{x,p}^{\alpha=1/T_s}(f=f_c)$, $S_{x,p}^{\alpha=2f_c+1/T_s}(f=0)$, $S_{x,p}^{\alpha=2/T_s}(f=f_c)$; (4) 构建分类识别的特征矢量 $A = [A_1, A_2]$, 设置门限对盲调制信号做识别分类. 对模拟信号可通过特征 P (频谱关于载波频率对称性的度量) 来识别: $P = (P_L - P_U) / (P_L + P_U)$

其中 P_L 是信号功率谱的下边带 $P_L = \sum_{i=0}^{N_c-1} |x(i)|^2$, P_U

是信号功率谱的上边带 $P_U = \sum_{i=0}^{N-1} x(n) \exp[-j(2\pi/N)ni]$, 是不大于 Nf/f_s 的最大整数, P 可以区分对称带调制信号和非对称带调制信号, 也可以区分上边带调制和下边带调制. 文献[16]对时频重叠的双信号用蒙特卡罗的方法做仿真, 观测信号采样的数据长度为 8192 点, 对功率相等的两信号做实验得到了识别率的结果, 结果表明该方法具有很好的识别效果. 另外, 循环谱在机械诊断以及无线电感知方面均有广泛的应用. 由本文的研究知该种算法对脉冲噪声具有很好的抑制性能. 因此, 本文所提出的算法为脉冲噪声环境下的调制识别提供新的途径.

7 实例仿真

实例 1 以 AM 调制信号做仿真, 载波频率 $f_c = 200\text{kHz}$, 采样频率为 600kHz , 码元速率为 256, 基带信号为单一的正弦函数, 脉冲噪声的产生算法如文献[17]所示. 混合信噪比 $\text{MSNR} = -5\text{dB}$ (对于 SaS 分布噪声来说, 由于不具有 α 阶及以上各阶统计量, 致使噪声的方差变得没有意义, 因此采用混合信噪比, 具体可参见文献[18]). AM 中混合脉冲噪声时采用传统的二阶相关的分析方法有图 5~7 的仿真结果 (ξ 是循环频率, f 是频率).

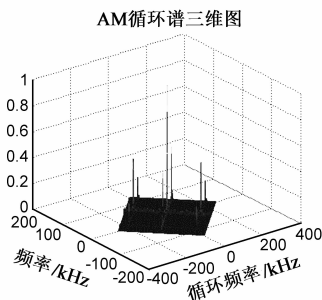


图 5 混合噪声下 AM 的循环谱图

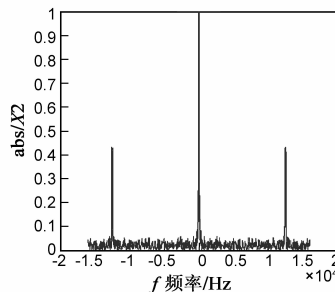


图 6 循环谱在 $\xi=0$ 的截面

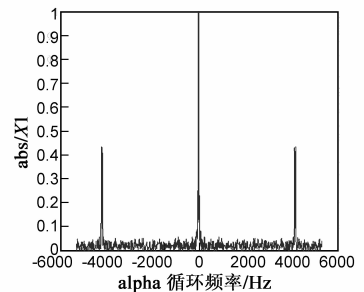


图 7 循环谱在 $f=0$ 的截面图

对以上混合脉冲噪声的 AM 信号做本文所采用的算法做仿真结果如图 8~10 ($p=1$)。

按照理论分析可得,在 $\alpha=0, \alpha=2f_0$ 的时候会出现最大的相关峰.图 9、图 10 结果所示谱图在 $\alpha=0$ 处有

两个谱峰,在 $\alpha = \pm 200\text{kHz}$ 处出现谱峰.图 9、图 10 和图 6、图 7 的对比说明基于 α 稳定分布假设所设计的算法比在高斯假设下有较好的抗噪性能,该结果表明稳定分布下该算法的有效性与可靠性.

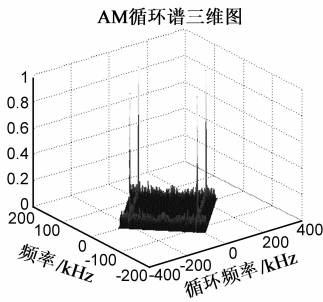


图 8 AM 的三维循环谱图

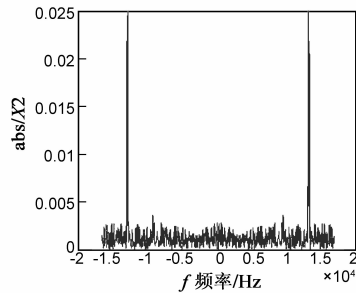


图 9 循环谱在 $\xi=0$ 的截面

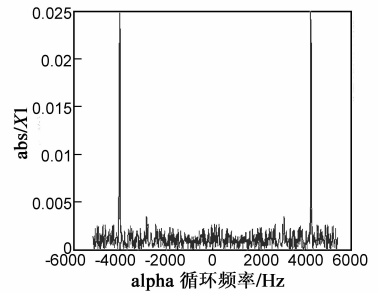


图 10 循环谱在 $f=0$ 的截面图

实例 2 假定 QPSK 信号模型:

$$X(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} [a_n q(t - nT - t_0) \cos(2\pi f_c t + \phi) - \sum_{-\infty}^{\infty} b_n q(t - nT - t_0) \sin(2\pi f_c t + \phi)]$$

码元速率为 128, 采样频率为 800kHz, 载波频率为 100kHz, 当在以上的 QPSK 中混合脉冲噪声(同实例 1)时采用传统的二阶相关的分析方法仿真结果如图 11~13.

对以上混合脉冲噪声时 QPSK 信号做本文所推导的算法做仿真结果如图 14~16 ($p=1$)。

基于本文方法当 $p=3/2$ 时仿真结果如图 17~19.

图 11~13 说明基于传统的二阶相关的方法所设计的算法在有脉冲噪声时不能很好的描述信号;图 14、图 15、图 16 和图 11、图 12、图 13 对比说明基于稳定分布理论所设计的算法对脉冲噪声具有较好的抑制性.图 17, 18, 19 与图 14, 15, 16 相对比表明在本文的算法下稳定分布参数只改变谱的幅值而不会改变其结构.以上对 AM 以及 QPSK 信号的仿真得知,本文提出的算法对脉冲噪声具有很好的抑制作用;无论在高斯的模型下还是在 α 稳定分布下每一种调制信号其循环谱都是唯一的,为脉冲噪声^[19]下的盲分离和识别提供新的途径.

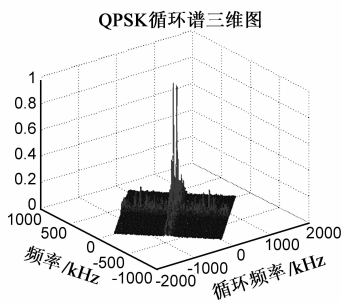


图 11 混合噪声下 QPSK 的循环谱图

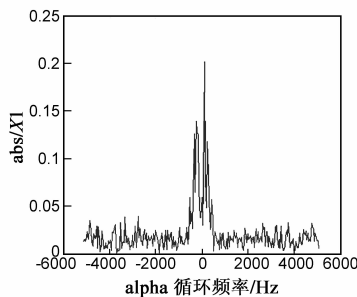


图 12 循环谱在 $f=0$ 的截面

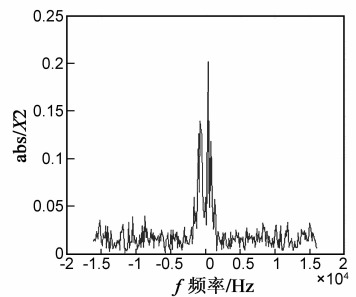


图 13 循环谱在 $\xi=0$ 的截面图

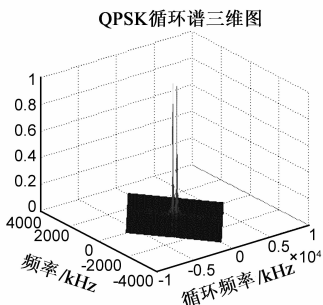


图 14 QPSK 信号的三维循环谱图

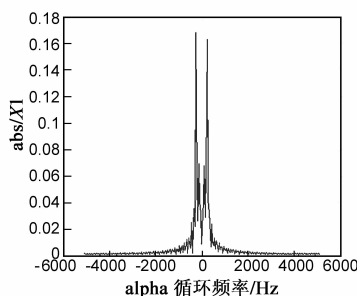


图 15 循环谱在 $f=0$ 的截面

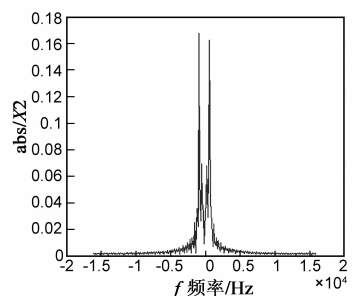
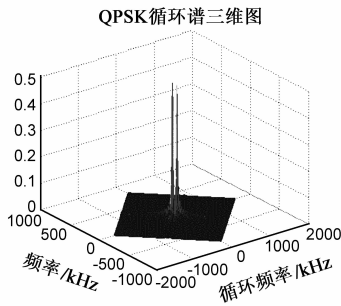
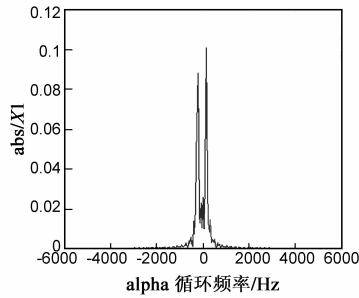
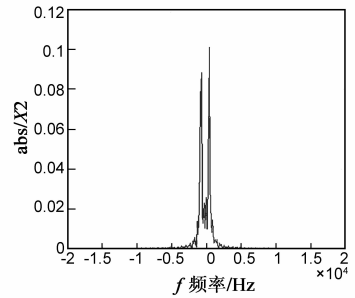


图 16 循环谱在 $\xi=0$ 的截面图

图17 $p=3/2$ 时的低阶循环谱图18 循环谱在 $\alpha=0$ 的截面图19 循环谱在 $\xi=0$ 的截面图

8 小结

通过以上分析知,在 Alpha 稳定分布下通信信号的循环谱与高斯假设下有相同的循环谱结构,但是循环谱的幅值有所变化,主要取决于 p 值的变化.当 $p = 2$ 时,分数阶循环谱就转化为二阶循环谱.基于低阶的 FAM 算法存在循环泄露的问题,因此在对实际的信号做分析时对信号采样频率的选择以及窗函数长度的选择是十分关键的.此外,基于非高斯假设下的循环平稳分析具有很好的抗噪性能.不同的通信信号有不同的循环结构,基于循环谱的特征可以构造新的识别矢量,使在脉冲噪声环境下的调制识别得以实现.因此,研究稳定分布下信号的循环平稳性质对丰富信号处理理论具有重要意义.

参考文献

- [1] Shao M, Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable process and their application[J]. Proceeding of the IEEE, 1993, 81(7): 986 - 1010.
- [2] Gardner W A. Measurement of spectral correlation [J]. IEEE Trans Acoust Speech, Signal Processing, 1986, 34(5): 1111 - 1123.
- [3] Miller G. Properties of certain symmetric stable distribution [J]. Journal of Ultrivariate Analysis, 1978, (8): 346 - 360.
- [4] Tsigrint. zis G A, Tureli U, Nikias C L. Fractional low order statistics-based ambiguity function for differential delay Doppler estimation [J]. IEEE Proceedings: Radar, Sonar and navigation, 1996, 143(6): 353 - 365.
- [5] Sun yongmei, Qiu tianshuang, Li hui, Wei mei. Study of spectrum analysis method of α stable distribution process[J]. Journal of Dalian Traffic University, 2010, 31(4): 9 - 12.
- [6] 陈 ■, 彭枉林, 王舒文, 殷福亮. 从离散到连续——分数阶信号处理的理论、方法与应用[J]. 电子学报, 2012, 40(11): 2282 - 2289.

CHEN Zhe, PENG Yu-lin, WANG Shu-wen, YIN Fu-liang. From discrete to continuous fractional signal processing theories, methods and applications [J]. Acta Electronica Sinica,

2012, 40(11): 2282 - 2289. (in Chinese)

- [7] 黄知涛, 姜文利, 周一宇. 多循环频率时延估计方法及性能分析[J]. 电子学报, 2004, 32(1): 102 - 108.
Huang Zhi-tao, Jiang Wen-li, Zhou Yi-yu. Multi-cycle time-delay estimator and its performance analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(1): 102 - 108. (in Chinese)
- [8] Bouzegzi A, Ciblat P, Jallon P. New algorithm for blind recognition of OFDM based systems [J]. Signal Processing, 2010, 90(3): 900 - 913.
- [9] 高玉龙. 基于循环谱的调制方式识别与高动态同步技术研究[D]. 黑龙江哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.
Gao Yulong. Modulation recognition and high dynamic synchronization based on cyclic spectral density [D]. Harbin Heilongjiang: Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)
- [10] J Goerlich, D Bruckner, A Richter, O Strama, R S Thma, U Trautwein. Signal analysis using spectral correlation measurement [A]. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference [C]. USA: IEEE, 1998. 1313 - 1318.
- [11] Gardner W A. The spectral correlation theory of cyclostationary time-series [J]. Signal Processing, 1986, 11(1): 13 - 36.
- [12] Achim A M, Canagarajah C N, Bull D R. Complex wavelet domain image fusion based on fractional lower order moments [A]. IEEE International Conference on Information Fusion [C]. Sweden: IEEE, 2005. 515 - 521.
- [13] William A Brown. Digital implementations of spectral correlation analyzers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(2): 703 - 720.
- [14] 何继爱, 裴承全, 蒲阳阳. 非高斯模型下 BPSK 的循环谱分析[J]. 兰州大学学报, 2012, 48(3): 133 - 138.
He Jiai, Pei Chengquan, Pu Yangyang. The cyclic spectrum analysis of BPSK under non-gauss model [J]. Journal of Lanzhou University, 2012, 48(3): 133 - 138. (in Chinese)
- [15] 刘洋, 邱天爽. 一种基于多循环频率的韧性时延与多普勒频移联合估计算法[J]. 电子学报, 2011, 10(10): 2311 - 2316.
Liu Yang, Qiu Tian-shuang. A robust method for joint time delay and Doppler estimation based on multi-cycle frequencies [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 10(10): 2311 - 2316. (in

Chinese)

- [16] 付海涛. 基于循环平稳的单信道时频重叠信号分析[D]. 四川成都: 电子科技大学, 2009.
Fu Haitao. The analysis on co-channel time-frequency overlapped signals based on cyclostationary [D]. University of Electronic Science and Technology of China, 2009. (in Chinese)
- [17] 李旭涛, 朱光喜, 王首勇. Alpha 稳定分布的参数表征及仿真[J]. 信号处理, 2007, 23(6): 814 - 817.
LI X T, ZHU G X, WANG S Y. Parameterizations and simulation of Alpha stable distribution [J]. Signal Processing, 2007, 23(6): 814 - 817. (in Chinese)
- [18] 邱天爽, 张旭秀. 统计信号处理—非高斯信号处理及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
QIU Tian-shuang, ZHANG Xu-xiu. Statistical Signal Processing—Non-Gaussian Signal Processing and Application [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [19] 郭莹, 邱天爽, 张艳丽. 脉冲噪声环境下一种韧性的时延与多普勒频移联合估计法[J]. 电子学报, 2007, 35(9): 1680 - 1684.
Guo Ying, Qiu Tian-shuang, Zhang Yan-li. A robust joint estimation of time delay and Doppler shift in stable distributed

noise environment [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35 (9): 1680 - 1684. (in Chinese)

作者简介



何继爱 男, 1969 年 12 月生于甘肃靖远. 兰州理工大学计算机与通信学院副教授, 硕士研究生导师. 研究方向为通信信号处理、自适应信号处理等.

E-mail: hejiai@lut.cn



裴承全 男, 1987 年 8 月生于甘肃民勤. 兰州理工大学计算机与通信学院硕士研究生. 研究方向为盲信号处理.

E-mail: pecq4292669@126.com.

郑玉峰 男, 1973 年 6 月生于山东日照. 兰州理工大学计算机与通信学院讲师, 西北工业大学在读博士研究生. 研究方向为水声信号处理.